www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

INSTITUT SUPERIEUR DU COMMERCE

Session de 1989
Concours d'admission
MATHÉMATIQUES
Options Economique et Technologique
Durée : 4 heures - Coefficient : 3

EXERCICE 1 (5 points)

On considère le tableau statistique suivant :

année	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
X	200	210	220	225	240	250	270	302	350	400
Y	165	190	210	230	255	280	330	380	440	520

où X représente l'indice du coût de la construction au 1er janvier de l'année considérée (base 100 en 1953) et Y l'indice du gain horaire des ouvriers du bâtiment à la même date (base 100 en 1960).

1°) Quel est le taux moyen d'accroissement annuel de l'indice du coût de la construction sur la période considérée ? Même question pour l'indice du gain horaire.

2°) Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre la date et l'indice du coût de la construction ? Déterminer une équation de la droite de régression de l'indice du coût de la construction par rapport à la date. En déduire une estimation de l'indice du coût de la construction au 1er janvier 1980.

3°) Déterminer une équation de la droite de régression de l'indice du gain horaire par rapport à l'indice du côut de la construction. Quelle sera la valeur de l'indice du coût de la construction lorsque l'indice du gain horaire vaudra 600 ? A quelle date interviendra cet événement ?

EXERCICE 2 (5 points)

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit la fonction f_n par : $f_n(x) = \text{Ln}\,|x-1| + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k}$

où « Ln » désigne la fonction « logarithme népérien »

et on note (C_n) la représentation graphique de f_n dans un repère orthonormé.

1°) Etudier la fonction f_1, c'est-à-dire la fonction définie par : $f_1(x) = \text{Ln}\,|x-1| + \sum_{k=1}^{1} \frac{x^k}{k} = \text{Ln}\,|x-1| + x$

et construire la courbe (C_1) correspondante.

A partir de maintenant, on suppose que l'on a : $n \geq 2$.

2°) i) Quel est le domaine de définition de f_n ?

ii) Vérifier que f_n est dérivable sur son domaine de définition et calculer f'_n. En déduire les variations de f_n (on distinguera selon la parité de n).

3°) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ possède exactement deux solutions, dont l'une notée x_n est supérieure à 1.

4°) Préciser les points d'inflexions éventuels de (C_n) et donner une équation de la tangente à (C_n) en ces points.

5°) Dans le même repère que précédemment, représenter les courbes (C_2) et (C_3). On donnera en particulier des valeurs approchées de x_2 et x_3 en indiquant la méthode utilisée et en se limitant à la précision de 5.10^{-3}, on indiquera également la nature des branches infinies.

TSVP

EXERCICE 3 (5 points)

Dans un stand de tir un joueur dispose de n fléchettes (n fixé, supérieur où égal à 2) pour tenter de faire éclater un ballon. A chaque essai la probabilité de succès vaut p, (avec $0 < p < 1$), et donc la probabilité de l'échec vaut q (avec $q = 1 - p$). On suppose que les différents essais sont indépendants les uns des autres et que le joueur s'arrête dès que le ballon éclate, (s'il éclate !).

1°) Soit X le nombre aléatoire de fléchettes utilisées par le joueur.

i) Quelles sont les valeurs que peut prendre X ?

ii) Déterminer la loi de X et démontrer que si l'on note E (X) son espérance, on a :

$$E(X) = \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

2°) Sachant que le ballon a éclaté, quelle est la probabilité que ce soit avec la $n^{ème}$ fléchette ?

3°) Dans cette question on suppose que l'on a $n = 3$, $p = \frac{1}{2}$

Si le joueur fait éclater le ballon avec la $k^{ème}$ fléchette (k compris évidemment entre 1 et 3), il a le droit de lancer $4 - k$ fois une pièce équilibrée et il reçoit 1 franc pour chaque « pile » obtenu. Soit Y le gain aléatoire de ce joueur. Déterminer la loi du couple (X, Y) et en déduire la loi de Y, ainsi que son espérance.

EXERCICE 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{-x^2}$$

1°) Dire pourquoi f est indéfiniment dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer les trois premières fonctions dérivées : f', f'', f'''.

2°) On définit les fonctions réelles H_0, H_1, H_2, H_3 par les relations :

$H_0(x) = 1$ $\qquad$ $H_2(x) = e^{x^2} . f''(x)$

$H_1(x) = e^{x^2} . f'(x)$ $\qquad$ $H_3(x) = e^{x^2} . f'''(x)$

Vérifier que pour $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, H_i est une fonction polynome et déterminer les racines de chacun de ces polynomes.

3°) Plus généralement, pour $n \in \mathbb{N}$, on pose pour tout nombre réel x : $H_n(x) = e^{x^2} f^{(n)}(x)$

où $f^{(n)}$ désigne la dérivée $n^{ème}$ de la fonction f (on rappelle que, par convention, on a : $f^{(0)} = f$).

i) Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}, H_{n+1}(x) = H'_n(x) - 2x H_n(x)$

ii) En déduire que H_n est une fonction polynome et préciser son degré, ainsi que le coefficient du terme de plus haut degré.

iii) Déterminer H_4, H_5 et trouver le nombre de racines de chacun de ces polynomes.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail